尽管像pbrt这样的渲染器的最终输出是彩色像素的2D网格,但是入射辐射实际上是在胶片平面上定义的连续函数.根据此连续函数计算离散像素值的方式会明显影响渲染器生成的最终图像的质量,如果不仔细执行此过程,将出现伪像.相反,如果执行良好,则为此目的进行的相对少量的附加计算可以显着提高渲染图像的质量.

本章首先介绍采样理论,即从连续域中定义的函数中获取离散样本值,然后使用这些样本来重构与原始函数相似的新函数的理论.本章中定义的采样器基于采样理论的原理以及低分布点集的思想(低离散点集是分布均匀的采样点的一种特殊类型),以各种方式生成维采样向量.本章描述了五种采样器实现以及各种解决采样问题的方法.

本章以Filter类和Film类作为结束.Filter用于确定每个像素附近的多个样本如何混合在一起以计算最终像素值,而Film类将图像样本贡献累加到图像的像素中.

7.1 采样理论

数字图像表示为一组像素值,通常在矩形网格上对齐.当数字图像显示在物理设备上时,这些值将用于确定显示器上像素发射的光谱功率.考虑数字图像时,重要的是要区分代表特定样本位置上的函数值的图像像素和显示像素,它们是发射具有一定分布光的物理对象.(例如,在LCD显示器中,当以倾斜角度观看显示器时,颜色和亮度可能会发生很大变化.)显示器使用图像像素值在显示表面上构造新的图像函数.此函数定义在显示器的所有点上,而不仅仅是数字图像像素的无穷小点.收集样本值并将其转换回连续函数的过程称为重构.

为了计算数字图像中的离散像素值,必须对原始连续定义的图像函数进行采样.与大多数其它光线追踪渲染器一样,pbrt获取有关图像功能的信息的唯一方法是通过追踪光线对其进行采样.例如,没有通用的方法可以计算胶片平面上两点之间图像功能变化的界限.虽然仅通过在像素位置精确地采样函数就可以生成图像，但是可以通过在不同位置进行更多采样并将与图像函数有关的此附加信息合并到最终像素值中来获得更好的结果。实际上，为了获得最佳质量结果，应该计算像素值，以使显示设备上的重建图像尽可能接近虚拟相机的胶片平面上的场景原始图像。请注意，这与期望显示器的像素在其位置上采用图像功能的实际值有微妙的不同。处理这一差异是本章实现的算法的主要目标.

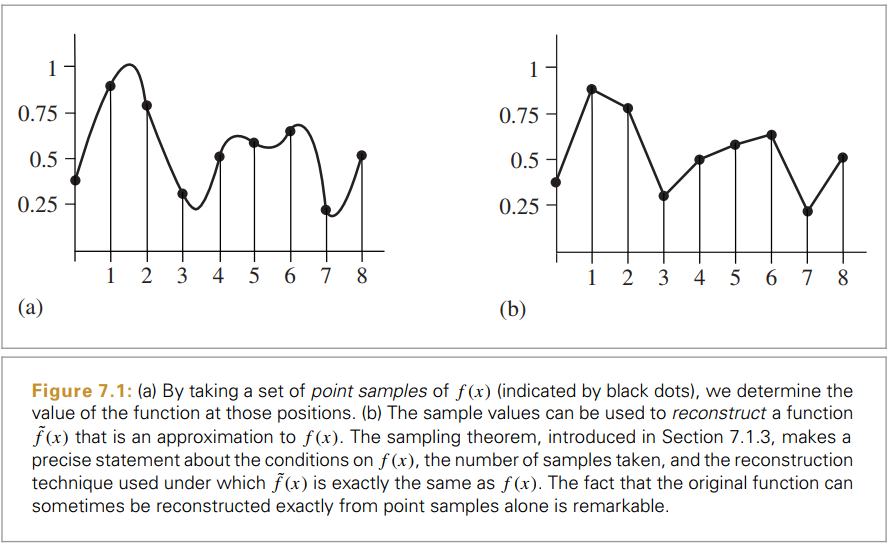
在本书中，我们将忽略与物理显示像素特性有关的问题，并将在显示器执行本节稍后部分介绍的理想重构过程的假设下工作。 这种假设显然与实际显示的工作方式不符，但可以避免此处不必要的分析复杂化。 Glassner（1995）的第3章对非理想的显示设备及其对图像采样和重建过程的影响进行了很好的论述。

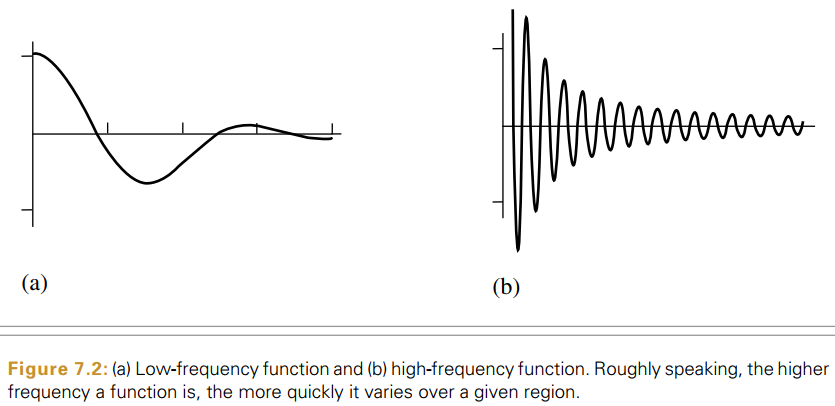
以这些想法为例,考虑一个一维函数(我们将其称为信号),在这里我们可以在函数域中任何所需位置处评估.每个这样的称为**样本位置**,值为**样本值**.图7.1显示了一维函数上一组平滑的样本,以及近似于原始函数的重构信号.在该示例中，是通过线性内插相邻样本值来近似于的分段线性函数(已经熟悉采样理论的读者会将其识别为具有hat函数的重构).因为有关的唯一可用信息来自位置处的样本值,所以不可能完全匹配,因为样本之间没有有关行为的信息.

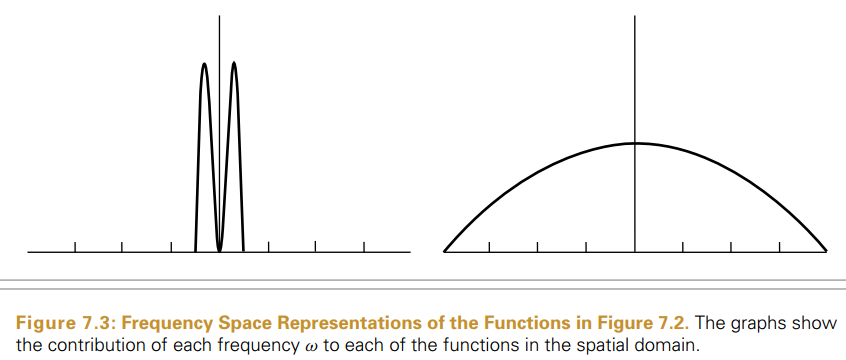
傅立叶分析可用于评估重构函数与原始函数之间的匹配质量.本部分将介绍傅立叶分析的主要思想,并提供足够的细节以完成采样和重构过程的某些部分,但将省略许多属性的证明,并跳过与pbrt中使用的采样算法不直接相关的细节.本章的“更多阅读”部分提供了指向有关这些主题的更详细信息的指针.

7.1.1 频率域和傅立叶变换

傅立叶分析的基础之一是傅立叶变换,它表示频域中的一个函数.(函数通常在时域中表示.)考虑图7.2中绘制的两个函数.图7.2(a)中的函数随的变化相对较慢,而图7.2(b)中的函数变化较快.变化较慢的函数具有较低的频率成分.图7.3显示了这两个函数的频率空间表示.较低频率函数的表示比较高频率函数的表示更快地到达0.



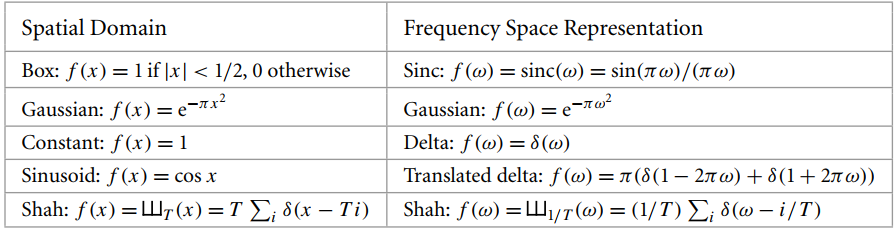




大多数函数可以分解为正弦曲线的加权和.约瑟夫·傅里叶[Joseph Fourier]首先描述了这一非凡的事实,傅里叶变换将函数转换为这种表示形式.函数的这种频率空间表示可以洞察其某些特性-正弦函数中的频率分布对应于原始函数中的频率分布.使用这种形式,可以使用傅立叶分析来深入了解由采样和重建过程引入的误差,以及如何减少该误差的感知影响.

一维函数的傅立叶变换为

(回顾,其中.)为简单起见,这里我们仅考虑的偶函数,在这种情况下的傅立叶变换没有虚数.新函数是频率的函数.我们将用表示傅立叶变换算子,使得.显然是线性算子-也就是说,对于任何标量,且.



**表7.1**:傅里叶函数对.函数在时域和频率空间的表示.由于傅里叶变换的对称性,如果将左列视为频率空间,则右列也将等价于时域空间.

等式被称为傅立叶分析方程,有时也称为傅立叶变换.我们还可以使用傅立叶合成方程或傅立叶逆变换从频域变换回时域:

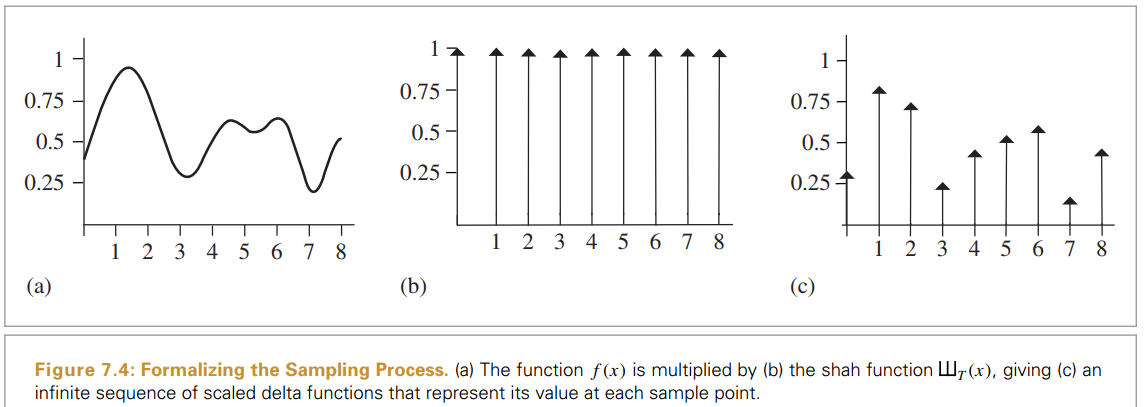
表7.1列出了许多重要函数及其频率空间表示.其中许多函数都基于Dirac delta分布,这是一个特殊函数,其定义为,对于所有.其中一个重要的性质为

delta分布不能表示为标准数学函数,而是通常被认为是以宽度为0的原点为中心的单位面积框函数的极限.

7.1.2 理想的采样和重构

使用频率空间分析,我们现在可以正式研究采样的属性.回想一下,采样过程需要我们选择一组等距的采样位置,并在这些位置计算函数的值.从形式上讲,这相当于将函数乘以“shah”或“脉冲串”函数,即等间隔的delta函数的无限和.shah 定义为(其中等价于表7.1是山字形字母)

其中定义周期或采样率.图7.4说明了抽样的正式定义.乘法在等距的点上产生函数值的无限序列:



这些样本值通过选择重构滤波器函数并计算卷积来重构函数

其中卷积算子定义为

对于重构,卷积给出了以采样点为中心的重构滤波器的缩放实例的加权和:

例如,在图7.1中,使用了三角形重构滤波器.图7.5显示了该示例使用的比例三角形函数.

为了完成一个直观的结果,我们经历了一个看起来似乎非常复杂的过程:重构函数可以通过以某种方式在样本之间进行内插获得.但是,通过仔细设置此背景,傅立叶分析现在可以更轻松地应用于该过程.

通过分析频域中的采样函数,我们可以对采样过程有更深入的了解.特别是,我们将能够确定从样本位置的原始值中准确恢复原始函数的条件,这是非常有力的结果.对于此处的讨论,我们现在假设函数受频带限制——存在某个频率,使得不包含大于的频率.根据定义,带限函数具有紧凑支持的频率空间表示,即对于所有.图7.3中的两个频谱都是频带受限的.

傅立叶分析一个重要思想是,可以证明两个函数的乘积的傅立叶变换是它们各自的傅立叶变换和的卷积:

类似的情况是,时域中的卷积等效于频域中的乘积:

这些特性在傅里叶分析的标准参考文献中得出.利用这些思想,可以在空间域中找到Shah函数和原始函数的乘积的原始采样步骤,可以等效地通过与频率空间中另一个shah函数的卷积来描述.

从表7.1我们也可以知道shah函数的频谱.周期为的shah函数的傅立叶变换是周期为的另一个shah函数.需要牢记的是,周期之间的这种倒数关系很重要:这意味着,如果样本在空间域中相距较远,则它们在频域中相距较近.

因此,采样信号的频域表示由和这个新的shah函数的卷积给出.将一个函数与一个delta函数进行卷积只会生成该函数的拷贝,因此,与一个shah函数进行卷积会生成一个原始函数拷贝的无限序列,其间隔等于shah的周期(图7.6).这是一系列样本的频率空间表示.

现在我们有了函数频谱拷贝的无穷集合,我们如何重建原始函数?从图7.6看,答案是显而易见的:只需丢弃所有频谱拷贝,只保留以原点为中心的频谱,则得到原始.为了舍弃除中心频谱以外的所有频谱,我们将其乘以适当宽度的框函数(图7.7).宽度为的框函数定义为

该乘法步骤对应空间域中与重构滤波器的卷积.这是理想的采样和重建过程.总结一下:

这是一个了不起的结果:仅通过在一组规则间隔的点上对其进行采样,我们就能够确定的确切频率空间表示.除了知道该函数受频带限制之外,没有使用函数组成的其它有关信息.

在时域中应用等效过程将同样准确地恢复.由于盒函数的傅立叶逆变换是sinc函数,因此在空间域中的理想重构为

或

不幸的是,由于sinc函数具有无限范围,因此有必要使用所有样本值来计算的任何特定值.具有有限空间范围的过滤器即使无法完美地重构原始功能,也更适合实际应用.

图形中常用的替代方法是使用box函数进行重构,有效地平均周围某个区域内的所有样本值.从频域考虑盒式滤波器的行为可以看出,这是一个非常差的选择:该技术试图通过乘以来隔离函数频谱的中心副本,这不仅在选择频域上做得很不好.该函数频谱的中心副本,但也包括该函数其他副本的无穷系列的高频贡献.