尽管像pbrt这样的渲染器的最终输出是彩色像素的2D网格,但是入射辐射实际上是在胶片平面上定义的连续函数.根据此连续函数计算离散像素值的方式会明显影响渲染器生成的最终图像的质量,如果不仔细执行此过程,将出现伪像.相反,如果执行良好,则为此目的进行的相对少量的附加计算可以显着提高渲染图像的质量.

本章首先介绍采样理论,即从连续域中定义的函数中获取离散样本值,然后使用这些样本来重构与原始函数相似的新函数的理论.本章中定义的采样器基于采样理论的原理以及低分布点集的思想(低离散点集是分布均匀的采样点的一种特殊类型),以各种方式生成维采样向量.本章描述了五种采样器实现以及各种解决采样问题的方法.

本章以Filter类和Film类作为结束.Filter用于确定每个像素附近的多个样本如何混合在一起以计算最终像素值,而Film类将图像样本贡献累加到图像的像素中.

7.1 采样理论

数字图像表示为一组像素值,通常在矩形网格上对齐.当数字图像显示在物理设备上时,这些值将用于确定显示器上像素发射的光谱功率.考虑数字图像时,重要的是要区分代表特定样本位置上的函数值的图像像素和显示像素,它们是发射具有一定分布光的物理对象.(例如,在LCD显示器中,当以倾斜角度观看显示器时,颜色和亮度可能会发生很大变化.)显示器使用图像像素值在显示表面上构造新的图像函数.此函数定义在显示器的所有点上,而不仅仅是数字图像像素的无穷小点.收集样本值并将其转换回连续函数的过程称为重构.

为了计算数字图像中的离散像素值,必须对原始连续定义的图像函数进行采样.与大多数其它光线追踪渲染器一样,pbrt获取有关图像功能的信息的唯一方法是通过追踪光线对其进行采样.例如,没有通用的方法可以计算胶片平面上两点之间图像功能变化的界限.虽然仅通过在像素位置精确地采样函数就可以生成图像，但是可以通过在不同位置进行更多采样并将与图像函数有关的此附加信息合并到最终像素值中来获得更好的结果。实际上，为了获得最佳质量结果，应该计算像素值，以使显示设备上的重建图像尽可能接近虚拟相机的胶片平面上的场景原始图像。请注意，这与期望显示器的像素在其位置上采用图像功能的实际值有微妙的不同。处理这一差异是本章实现的算法的主要目标.

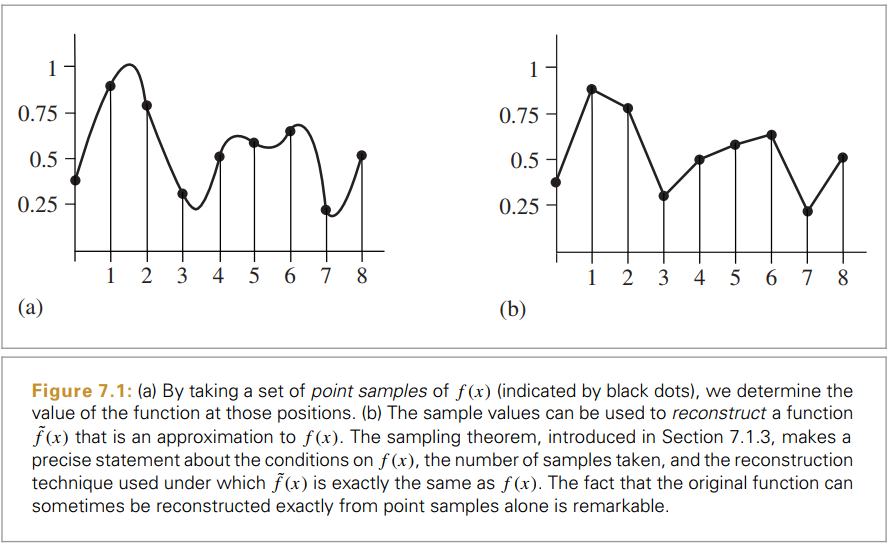
在本书中，我们将忽略与物理显示像素特性有关的问题，并将在显示器执行本节稍后部分介绍的理想重构过程的假设下工作。 这种假设显然与实际显示的工作方式不符，但可以避免此处不必要的分析复杂化。 Glassner（1995）的第3章对非理想的显示设备及其对图像采样和重建过程的影响进行了很好的论述。

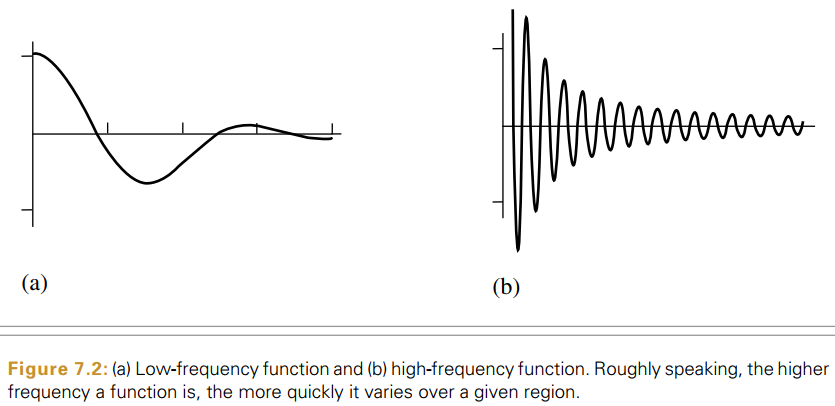
以这些想法为例,考虑一个一维函数(我们将其称为信号),在这里我们可以在函数域中任何所需位置处评估.每个这样的称为**样本位置**,值为**样本值**.图7.1显示了一维函数上一组平滑的样本,以及近似于原始函数的重构信号.在该示例中，是通过线性内插相邻样本值来近似于的分段线性函数(已经熟悉采样理论的读者会将其识别为具有hat函数的重构).因为有关的唯一可用信息来自位置处的样本值,所以不可能完全匹配,因为样本之间没有有关行为的信息.

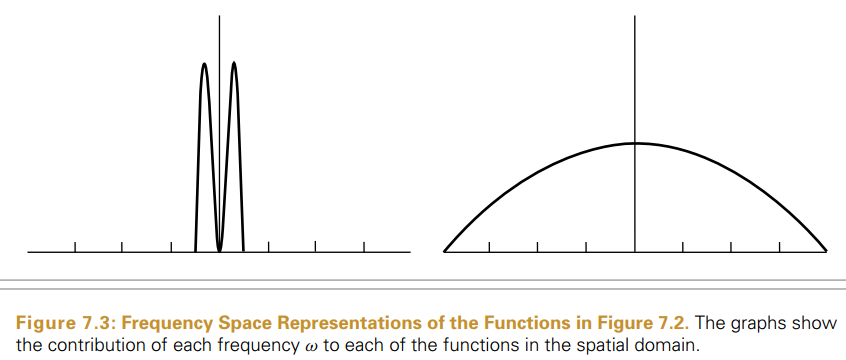
傅立叶分析可用于评估重构函数与原始函数之间的匹配质量.本部分将介绍傅立叶分析的主要思想,并提供足够的细节以完成采样和重构过程的某些部分,但将省略许多属性的证明,并跳过与pbrt中使用的采样算法不直接相关的细节.本章的“更多阅读”部分提供了指向有关这些主题的更详细信息的指针.

7.1.1 频率域和傅立叶变换

傅立叶分析的基础之一是傅立叶变换,它表示频域中的一个函数.(函数通常在时域中表示.)考虑图7.2中绘制的两个函数.图7.2(a)中的函数随的变化相对较慢,而图7.2(b)中的函数变化较快.变化较慢的函数具有较低的频率成分.图7.3显示了这两个函数的频率空间表示.较低频率函数的表示比较高频率函数的表示更快地到达0.



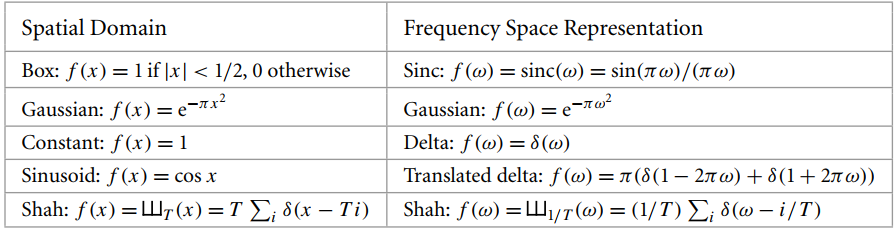




大多数函数可以分解为正弦曲线的加权和.约瑟夫·傅里叶[Joseph Fourier]首先描述了这一非凡的事实,傅里叶变换将函数转换为这种表示形式.函数的这种频率空间表示可以洞察其某些特性-正弦函数中的频率分布对应于原始函数中的频率分布.使用这种形式,可以使用傅立叶分析来深入了解由采样和重建过程引入的误差,以及如何减少该误差的感知影响.

一维函数的傅立叶变换为

(回顾,其中.)为简单起见,这里我们仅考虑的偶函数,在这种情况下的傅立叶变换没有虚数.新函数是频率的函数.我们将用表示傅立叶变换算子,使得.显然是线性算子-也就是说,对于任何标量,且.



**表7.1**:傅里叶函数对.函数在时域和频率空间的表示.由于傅里叶变换的对称性,如果将左列视为频率空间,则右列也将等价于时域空间.

等式被称为傅立叶分析方程,有时也称为傅立叶变换.我们还可以使用傅立叶合成方程或傅立叶逆变换从频域变换回时域:

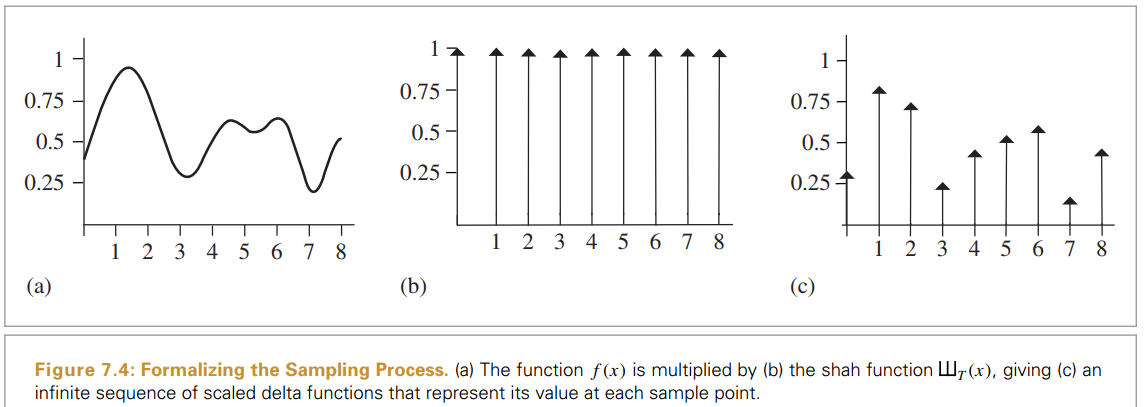
表7.1列出了许多重要函数及其频率空间表示.其中许多函数都基于Dirac delta分布,这是一个特殊函数,其定义为,对于所有.其中一个重要的性质为

delta分布不能表示为标准数学函数,而是通常被认为是以宽度为0的原点为中心的单位面积框函数的极限.

7.1.2 理想的采样和重构

使用频率空间分析,我们现在可以正式研究采样的属性.回想一下,采样过程需要我们选择一组等距的采样位置,并在这些位置计算函数的值.从形式上讲,这相当于将函数乘以“shah”或“脉冲串”函数,即等间隔的delta函数的无限和.shah 定义为(其中等价于表7.1是山字形字母)

其中定义周期或采样率.图7.4说明了抽样的正式定义.乘法在等距的点上产生函数值的无限序列:



这些样本值通过选择重构滤波器函数并计算卷积来重构函数

其中卷积算子定义为

对于重构,卷积给出了以采样点为中心的重构滤波器的缩放实例的加权和:

例如,在图7.1中,使用了三角形重构滤波器.图7.5显示了该示例使用的比例三角形函数.

为了完成一个直观的结果,我们经历了一个看起来似乎非常复杂的过程:重构函数可以通过以某种方式在样本之间进行内插获得.但是,通过仔细设置此背景,傅立叶分析现在可以更轻松地应用于该过程.

通过分析频域中的采样函数,我们可以对采样过程有更深入的了解.特别是,我们将能够确定从样本位置的原始值中准确恢复原始函数的条件,这是非常有力的结果.对于此处的讨论,我们现在假设函数受频带限制——存在某个频率,使得不包含大于的频率.根据定义,带限函数具有紧凑支持的频率空间表示,即对于所有.图7.3中的两个频谱都是频带受限的.

傅立叶分析一个重要思想是,可以证明两个函数的乘积的傅立叶变换是它们各自的傅立叶变换和的卷积:

类似的情况是,时域中的卷积等效于频域中的乘积:

这些特性在傅里叶分析的标准参考文献中得出.利用这些思想,可以在空间域中找到Shah函数和原始函数的乘积的原始采样步骤,可以等效地通过与频率空间中另一个shah函数的卷积来描述.

从表7.1我们也可以知道shah函数的频谱.周期为的shah函数的傅立叶变换是周期为的另一个shah函数.需要牢记的是,周期之间的这种倒数关系很重要:这意味着,如果样本在空间域中相距较远,则它们在频域中相距较近.

因此,采样信号的频域表示由和这个新的shah函数的卷积给出.将一个函数与一个delta函数进行卷积只会生成该函数的拷贝,因此,与一个shah函数进行卷积会生成一个原始函数拷贝的无限序列,其间隔等于shah的周期(图7.6).这是一系列样本的频率空间表示.

现在我们有了函数频谱拷贝的无穷集合,我们如何重建原始函数?从图7.6看,答案是显而易见的:只需丢弃所有频谱拷贝,只保留以原点为中心的频谱,则得到原始.为了舍弃除中心频谱以外的所有频谱,我们将其乘以适当宽度的框函数(图7.7).宽度为的框函数定义为

该乘法步骤对应空间域中与重构滤波器的卷积.这是理想的采样和重建过程.总结一下:

这是一个了不起的结果:仅通过在一组规则间隔的点上对其进行采样,我们就能够确定的确切频率空间表示.除了知道该函数受频带限制之外,没有使用函数组成的其它有关信息.

在时域中应用等效过程将同样准确地恢复.由于盒函数的傅立叶逆变换是sinc函数,因此在空间域中的理想重构为

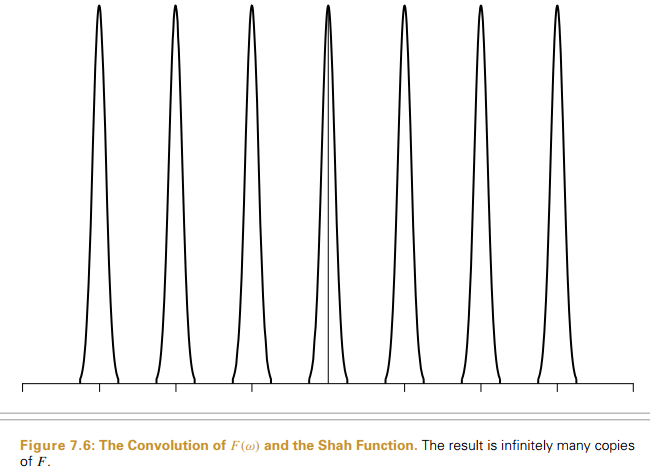
或

不幸的是,由于sinc函数具有无限范围,因此有必要使用所有样本值来计算的任何特定值.具有有限空间范围的过滤器即使无法完美地重构原始功能,也更适合实际应用.

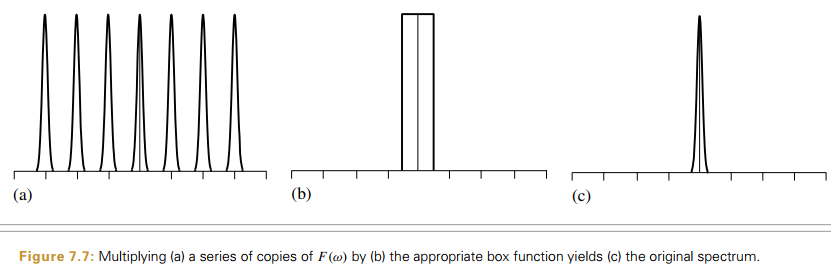
图形中常用的替代方法是使用box函数进行重构,有效地平均周围某个区域内的所有样本值.从频域考虑盒式滤波器的行为可以看出,这是一个非常差的选择:该技术试图通过乘以来隔离函数频谱的中心副本,这不仅在选择频域上做得很不好.该函数频谱的中心副本,但也包括该函数其他副本的无穷系列的高频贡献.

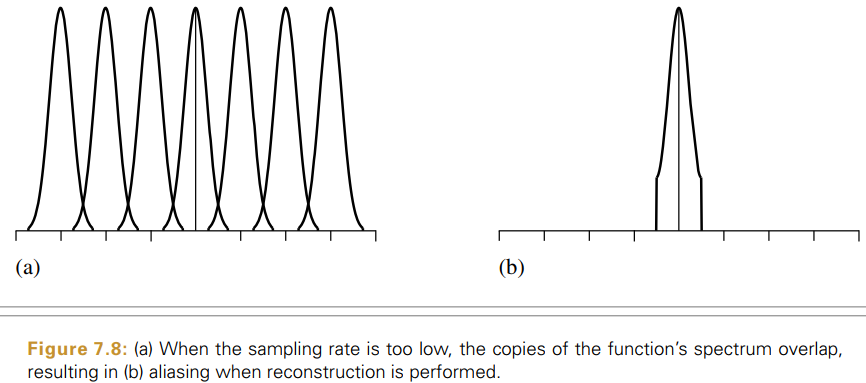
7.1.3 走样 2020年3月4日17点27分

除了sinc函数的无限范围问题之外，理想的采样和重构方法最严重的实际问题之一就是假设信号受频带限制.对于不受频带限制的信号,或者未针对其频率内容以足够高的采样率采样的信号,前面所述的过程将重建与原始信号不同的函数.



成功重建的关键是通过将采样光谱乘以适当宽度的方盒函数来精确恢复原始光谱的能力.请注意,在图7.6中,信号频谱的副本被空白空间隔开,因此可以实现完美的重构.但是,如果以较低的采样率对原始函数进行了采样,请考虑会发生什么.回想一下,周期为的shah函数的傅立叶变换是周期为的新shah函数.这意味着,如果样本之间的间隔在空间域中增加,则样本间隔在频域中会减小,从而将频谱的副本推近.如果副本之间的距离太近,它们将开始重叠.





由于将这些副本加在一起,因此得到的光谱不再像原始副本的许多副本一样(图7.8).当这个新频谱乘以一个框函数时,结果是一个类似于但不等于原始的频谱:原始信号中的高频细节泄漏到了重建信号频谱的低频区域中.这些新的低频伪像称为走样(因为高频“伪装”为低频),并且所产生的信号被称为走样信号.图7.9显示了欠采样后再构造一维函数的效果.

解决频谱重叠问题的可能解决方案是简单地提高采样率,直到频谱副本足够远而不会重叠,从而完全消除混叠.实际上,采样定理告诉我们确切需要多少率.该定理表明,只要统一采样点的频率大于信号中存在的最大频率的两倍,就有可能从采样中完美地重建原始信号.该最小采样频率称为奈奎斯特频率.

对于不受频带限制()的信号,不可能以足够高的采样率执行完美重构.非带限信号具有无限支持的频谱,因此无论其频谱副本有多远(即我们使用的采样率有多高),都将始终有重叠.不幸的是,计算机图形学中很少有函数受频带限制.特别是,任何不连续函数都不会受到频带限制,因此我们无法完美地对其进行采样和重构.这是有道理的,因为函数的不连续性将始终介于两个样本之间,并且这些样本不提供有关不连续性位置的信息,因此,除了增加采样率外,还必须应用其它方法,以抵消混叠会导致渲染器结果产生的误差.

7.1.4 反走样技术

如果不注意采样和重建,则最终的图像中可能会出现大量的伪影.有时,将由于采样和重建造成的伪影区分开是很有用的.当我们希望精确时,我们将采样伪影称为预混叠,将重建伪影称为后混叠.修复这些错误的任何尝试均被广泛归类为抗锯齿.本节将介绍许多抗混叠技术,这些技术不仅可以提高各处的采样率.

非均匀采样

尽管我们将要采样的图像函数具有无限的频率分量,因此无法从点样本中完美重构,但是可以通过非均匀地改变样本之间的间隔来减少混叠的视觉影响.如果表示一个介于0和1之间的随机数,则基于脉冲序列的一组非均匀样本为

如果固定采样率不足以捕获函数,则均匀采样和非均匀采样都会产生错误的重构信号.然而,不均匀的采样趋于将规则的混叠伪像变成噪声,这对人的视觉系统的干扰较小.在频率空间中,采样信号的副本最终也将随机移位,因此在执行重建时,结果是随机误差而不是相干混叠.

自适应采样

已提出的另一种解决混叠的方法是自适应超级采样:如果我们可以识别出频率高于奈奎斯特极限的信号区域,则可以在这些区域中进行其他采样,而无需增加增加采样频率的计算成本.很难使这种方法在实践中很好地工作,因为很难找到所有需要超采样的地方.大多数这样做的技术都是基于检查相邻的样本值并找到两者之间值发生显着变化的位置.假设信号在该区域具有高频.

通常,相邻的样本值不能确定地告诉我们它们之间真正发生的事情:即使值相同,函数之间的差异也可能很大.另一方面,相邻样本可以具有实质上不同的值,而实际上不存在任何混叠.例如,第10章中的纹理过滤算法努力消除由于场景中的图像贴图和过程纹理而造成的混叠.我们不希望自适应采样例程在纹理值快速变化但实际上不存在过高频率的区域中不必要地获取额外的样本.

预过滤

消除混叠的另一种方法是对原始函数进行滤波(即模糊处理),这样就不会保留无法以所使用的采样率准确捕获的高频.在第10章的纹理函数中应用了这种方法.虽然该技术通过从中删除信息来更改被采样函数的特征,但与混叠相比,模糊通常不那么令人讨厌.

回想一下,我们想将原始函数的频谱乘以选择宽度的盒式滤波器,以去除高于奈奎斯特极限的频率.在空间域中,这相当于将原始函数与sinc滤波器进行卷积,

实际上,我们可以使用效果良好的有限范围的过滤器.该滤波器的频率空间表示可以帮助阐明它与理想滤波器的性能近似程度.

图7.10显示了函数与sinc的一个有限范围的卷积进行卷积,这将在7.8节中介绍.请注意,高频细节已被删除;可以以图7.9中使用的采样率对该函数进行采样和重构,而不会出现混叠.

7.1.5 在图像合成中的应用

这些想法在采样和重建渲染场景图像的2D情况下的应用很简单:我们有一幅图像,我们可以将其视为2D图像位置与辐射值L的函数:

好消息是,使用我们的光线跟踪器,我们可以在我们选择的任何点处评估此函数.坏消息是,通常无法在采样前对进行预过滤器以去除高频.因此,本章中的采样器将使用两种策略来提高采样率,使其超出最终图像中的基本像素间隔,以及不均匀地分布采样以将混叠化为噪声.

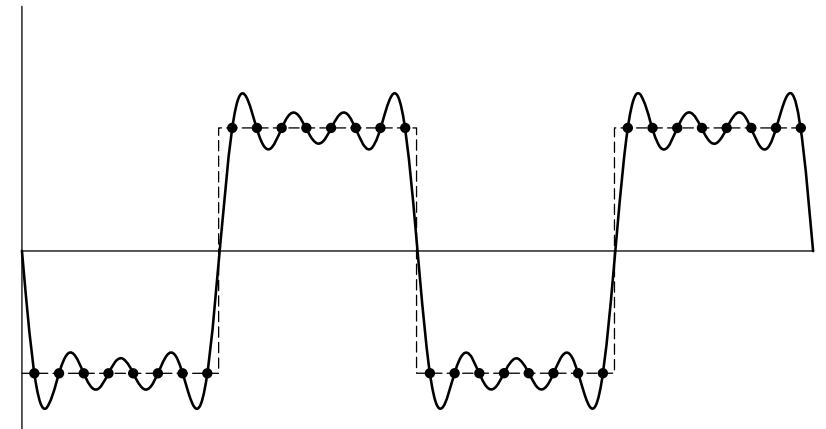
将场景函数的定义概括为高维函数很有用,该函数还取决于时间和对其采样的镜头位置.因为来自相机的光线基于这五个量,所以改变它们中的任何一个都会产生不同的光线,因此的值可能会有所不同.对于特定的图像位置,该点的辐射通常会在整个时间(如果场景中有移动的物体)和镜头上的位置(如果相机具有有限光圈镜头)之间变化.

甚至更一般地说,由于在第14章至第16章中定义的许多积分器都使用统计技术来估计沿给定射线的辐射率,因此当重复给定相同射线时,它们可能返回不同的辐射率值.如果我们进一步扩展场景辐射度函数以包括积分器使用的样本值(例如,用于选择面光源上的点进行照明计算的值),我们将拥有更高维度的图像函数

对所有这些维度进行良好采样是有效生成高质量图像的重要部分.例如,如果我们确保图像附近位置在镜头上倾向于具有不同的位置,则生成的渲染图像将具有较少的误差,因为每个样本都更可能考虑有关 其相邻样本没有的场景.接下来几节中的Sampler类将有效解决对所有这些维度进行采样的问题.

7.1.6 渲染中的混淆源

几何形状是渲染图像中出现锯齿的最常见原因之一.当投影到图像平面上时,对象的边界会引入阶跃函数-图像函数的值会立即从一个值跳到另一个值.如前所述,阶跃函数不仅具有无限的频率含量,且更糟的是,完美的重构滤波器在应用于混叠样本时会导致伪像:振铃伪像出现在重构函数中,这种现象被称为吉布斯现象.图7.11显示了这种效果的一维函数示例.面对混叠,选择有效的重建滤波器需要科学,艺术性和个人品味的结合,这将在本章的后面看到.



**图7.11:吉布斯现象**.如果尚未以奈奎斯特速率对函数进行采样,并且使用sinc滤波器重建了一组别名采样,则重建的函数将具有“振铃”伪影,并在其中围绕真实函数振荡.在这里,一维阶跃函数(虚线)已以0.125的采样间隔进行采样.用sinc重建时,出现振铃(实线).

场景中的小物体也会引起几何锯齿.如果几何体足够小,使其落在图像平面上的样本之间,则它会意外地消失并重新出现在动画的多个帧中.

混叠的另一个来源可能来自物体上的纹理和材质.着色混叠可能是由于纹理贴图未正确过滤(解决此问题是第10章的大部分内容)或光泽表面上的小高光引起的.如果采样率不足以对这些特征进行充分采样,则会导致混叠.此外,物体投射的尖锐阴影会在最终图像中引入另一个阶跃函数.虽然可以从图像平面上的几何边缘识别阶跃函数的位置,但从阴影边界检测阶跃函数更加困难.

关于渲染图像中的锯齿现象的关键见解是,我们永远无法删除其所有来源,因此我们必须开发减轻其对最终图像质量影响的技术.

7.1.7 了解像素

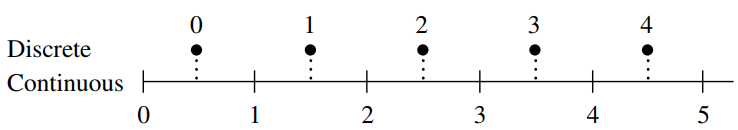
在本章的其余部分中,有两个关于像素的概念需要牢记.首先,至关重要的是要记住,构成图像的像素是图像函数在图像平面上离散点的点样本;没有与像素关联的“面积”.正如Alvy Ray Smith(1995)着重指出的那样,将像素视为具有有限面积的小正方形是一种错误的心理模型,会导致一系列错误.通过使用信号处理方法介绍本章的主题,我们试图为更准确的心理模型奠定基础.

第二个问题是最终图像中的像素自然是在像素网格上的离散整数坐标上定义的,但是本章中的Samplers会在连续的浮点位置生成图像样本.在这两个域之间进行映射的自然方法是将连续坐标四舍五入为最接近的离散坐标.这很吸引人,因为它会将恰好具有与离散坐标相同值的连续坐标映射到该离散坐标.但是,结果是给定一组跨越范围的离散坐标，则覆盖该范围的连续坐标集为.因此,对于给定的离散像素范围,生成连续采样位置的任何代码都会散布1/2个偏移量.容易忘记其中的一些,导致细微的错误.

连续坐标通过下列方式截断为离散坐标

从离散转换为连续

则离散范围的连续坐标范围自然为,并且结果代码要简单得多(Heckbert 1990a).我们将在pbrt中采用的这一约定如图7.12所示.



**图7.12**:图像中的像素可以使用离散或连续坐标进行寻址.五像素宽的离散图像覆盖连续像素范围.特定的离散像素坐标的连续表示为.

7.2 采样接口

正如在第7.1.5节中首次介绍的那样,在pbrt中实现的渲染方法包括选择图像平面上二维点以外的其他维度的采样点.将使用各种算法来生成这些点,但是它们的所有实现都继承自定义接口的抽象Sampler类.核心采样声明和函数位于文件core / sampler.h和core / sampler.cpp中.每个样本生成实现都在samplers /目录中的其自己的源文件中.

采样器的任务是在中生成一系列维样本,为每个图像样本生成一个这样的样本矢量,并且每个样本中维数可能会有所不同,具体取决于光传输算法执行的计算.(见图7.13.)

由于样本值必须严格小于1,因此定义一个常数OneMinusEpsilon非常有用,该常数表示小于1的最大可表示浮点常数.稍后,我们将样本向量值限制为不大于该值.

每当需要采样矢量的其它分量时,采样器的最简单可能的实现方式就是在中返回均匀随机值.这样的采样器将产生正确的图像,但是将需要更多的采样(因此,将跟踪更多的光线并花费更多的时间),以创建更复杂的采样器可以达到的相同质量的图像.使用更好的采样模式的运行时开销与使用均匀随机数等低质量模式的运行时开销大致相同.因为评估每个图像样本的辐射度比计算样本的成分值要昂贵得多,所以这项工作带来了回报(图7.14).

这些样本向量的一些特征假定如下:

1. 采样器生成的前五个参数通常供相机使用.在这种情况下,前两个专门用于在当前像素区域内的图像上选择一个点;第三个用于计算应采样的时间;第四和第五给出景深的镜头位置.
2. 一些采样算法在采样矢量的某些维度上比其他算法生成更好的采样.在系统的其他地方,我们通常假定较早的维度具有放置最充分的样本值.

还应注意,Sampler生成的维样本通常不明确表示或未完整存储，而是通常根据光传输算法的需要以增量方式生成.(但是,存储整个样本矢量并对其组成进行增量更改是16.4.4节中MLTSampler的基础,MLTIntegrator在16.4.5节中使用了它.)

7.2.1 评估样本模式:差异

傅立叶分析为我们提供了一种评估2D采样模式质量的方法,但它仅使我们能够量化能够通过添加可表示的频带受限频率而增加间隔更均匀的采样所带来的改进.考虑到图像边缘中存在无限的频率成分,并且对于蒙特卡洛光传输算法需要()维样本矢量，仅傅里叶分析不足以满足我们的需求.

给定一个渲染器和一个用于放置样本的候选算法,一种评估算法有效性的方法是,与使用大量样本渲染的参考图像相比，使用该采样模式来渲染图像并计算图像中的误差.在本章的后面,我们将使用这种方法来比较采样算法,尽管它只告诉我们该算法在一个特定场景下的性能如何,并且在不经历渲染的情况下也无法使我们了解采样点的质量.

在傅立叶分析之外,数学家提出了一种称为差异的概念,该概念可用于评估n维样本位置模式的质量.分布良好的模式(将在不久后形式化)具有较低的差异值,因此可以将样本模式生成问题视为找到合适的点的低差异模式之一.许多确定性技术具有即使在高维空间中也可以生成低偏差点集.(本章稍后使用的大多数采样算法都使用这些技术.)

差异的基本思想是,可以通过查看域的区域并计算每个内部点的数量来评估n维空间中一组点的质量 区域，并将每个区域的体积与内部的采样点数量进行比较.通常,体积的给定分数应在其中占采样点总数的大致相同分数.尽管不可能总是这样,但我们仍然可以尝试使用一些模式,以最大程度地减少实际体积与按点估算的体积之间的最大差异(差异).图7.15二维显示了该想法的示例.

为了计算一组点的差异,我们首先选择形状族B,它们是的子集.例如,经常使用在原点有一个角的盒子.这对应于

其中.给定一系列采样点,与的差异为(运算符是离散运算符的连续类比.)

其中是中的点数,而是的体积.

公式（7.4）为什么是质量的合理度量的直觉是,值是由特定点组成盒子的体积的近似值.因此,差异最严重通过这种近似体积的方式,所有可能的盒子都出现了误差.当形状B的集合是原点带有角的盒子的集合时,此值称为星号差异.B的另一个流行选项是所有轴对齐的框的集合,其中取消了一个角位于原点的限制.

对于一些特定的点集,可以分析计算出差异.例如,考虑一维中的一组点

我们可以看到的星号差异是

例如,取区间.则,但.此区间(即)是体积与点位于体积内的个数比之间的最大差异.

可以通过稍加修改来改善此序列的星号差异:

则

一维点序列的星号差异的边限已显示为

因此,等式中的较早序列对于一维序列具有最低的可能差异.通常,对于一维序列中的差异而言,分析和计算边界要比在高维中分析和计算边界容易得多.对于不太简单构造的点序列,对于较大尺寸的序列以及比盒子更不规则的形状,通常必须通过构造大量形状,计算其差异并报告找到的最大值来对差异进行数值估算.

精明的读者会注意到,根据低差异度量,这种一维均匀序列是最佳的,但是在本章的前面,我们声称,不规则抖动模式在感知上要优于二维图像采样的均匀模式,因为它们用代替了混叠误差 噪声.在这种框架下,均匀样本显然不是最佳的.幸运的是,高维中的低差异模式比一维中的均匀性要差得多,因此在实践中通常可以很好地用作样本模式.尽管如此,它们的基本一致性意味着低差异模式比具有伪随机变化的模式更容易出现视觉上令人反感的混叠.

单独的差异并不一定是一个好的指标:一些低差异点集会显示出一些样本集,其中两个或多个样本可能非常接近.7.7节中的Sobol采样器尤其受此问题困扰-参见图7.36,该图显示了其前两个维的图.直观地讲,过于紧密的样本并不能很好地利用抽样资源:一个样本与另一个样本越接近,就不可能提供有关被抽样函数的有用的新信息.因此,计算一组点中任意两个样本之间的最小距离也已被证明是样本模式质量的有用度量.最小距离越大,越好.

有多种算法可用于生成泊松磁盘采样模式,这些算法在此指标上得分很高.通过构造,泊松圆盘图案中没有两个点比某个距离d更近.研究表明,眼睛中的视锥细胞和视锥细胞以类似的方式分布,这进一步证实了这种分布是成像的好方法的想法.在实践中,我们发现泊松圆盘模式对于2D图像采样非常有效,但是比在更复杂的渲染情况下进行高维采样的更好的低差异模式效果要差.有关更多信息,请参见“更多阅读”部分.